

# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 184.

**Содержаніе:** Теорія выражений, содержащихъ квадратные радикалы, въ связи съ теоріей графическихъ задачъ элементарной геометріи (продолженіе). *С. Шатуновскаго.*—Нѣкоторые законы электрическаго потока въ пластинкѣ. *И. Бахметьева.*—Построеніе линейнаго ирраціональнаго выраженія  $\sqrt{a^2+b^2-ab\cos\gamma}$ . *С. Гирмана.*—Обсерваторія на Монбланѣ. *В. Г.*—Генрихъ Герцъ.—Научная хроника.—Доставленныя въ редакцію книги и брошюры.—Задачи №№ 19—25.—Маленькіе вопросы № 6.—Рѣшенія задачъ 2-ой сер. №№ 409, 512, 519, 520, 522, 523, 531.—Библиографическій листокъ новѣйшихъ русскихъ изданій.—Библиографическій листокъ новѣйшихъ французскихъ изданій.—Отвѣты редакціи.—Объявленія.

### ТЕОРІЯ ВЫРАЖЕНІЙ,

содержащихъ квадратные радикалы,

въ связи

съ теоріей графическихъ задачъ

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ГЕОМЕТРІИ.

(Продолженіе \*).

ГЛАВА IV.

§ 13. Мы видѣли (§ 11, теорема I), что порядокъ квадраторадикальной функціи, удовлетворяющей несократимому раціональному уравненію степени  $2^t$ , не можетъ быть сдѣланъ менѣе  $t$ . Мы имѣемъ теперь въ виду показать, что порядокъ такой квадраторадикальной функціи можетъ быть сдѣланъ равнымъ  $t$ . Доказательство возможности приведенія порядка квадраторадикальной функціи къ этому мѣнѣе основано на справедливости слѣдующей леммы.

**Лемма.** Если определенное значеніе  $f$  квадраторадикальной функціи удовлетворяетъ двумъ квадраторадикальнымъ уравненіямъ: несократимому уравненію  $M_s = 0$  степени  $2^s$  и уравненію  $M_{s-1} = 0$  степени  $2^{s-1}$ , и если послѣднее уравненіе отличается отъ перваго  $p$  радикалами, идѣтъ  $p$

\*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики“ №№ 158, 159, 163 и 165.



не меньше 2-хъ, то существуетъ несократимое квадраторадикальное уравненіе  $N_{s-1} = 0$  степени  $2^{s-1}$ , которое, отличаясь отъ уравненія  $M_s = 0$  менѣе чѣмъ  $n$  радикалами, удовлетворяется тѣмъ же значеніемъ  $f$  квадраторадикальной функціи.

Во первыхъ, это справедливо, когда уравненіе  $M_{s-1} = 0$  сократимо. Дѣйствительно, разложениемъ на несократимыя уравненія (§ 10, I) получимъ удовлетворяющееся при  $x=f$  несократимое уравненіе  $N_p = 0$  степени  $2^p$  (§ 11, теор. I), гдѣ цѣлое  $p < s-1$ . Освобождая уравненіе  $N_p = 0$  отъ радикаловъ, которыми оно отличается отъ уравненія  $M_s = 0$ , и продолжая этотъ процессъ, пока ни придемъ къ уравненію степени  $2^{s-1}$ , получимъ искомое уравненіе  $N_{s-1} = 0$ . При этомъ не можетъ случиться, чтобы уравненіе  $N_p = 0$  потеряло всѣ радикалы, которыми оно отличается отъ уравненія  $M_s = 0$ , прежде, чѣмъ придемъ къ уравненію степени  $2^{s-1}$ , ибо тогда несократимое уравненіе  $M_s = 0$  и сходное съ нимъ несократимое уравненіе низшей степени имѣли бы общій корень, что невозможно по § 11, I.

Во вторыхъ, лемма справедлива, когда одинъ изъ тѣхъ радикаловъ группы функцій  $M_s, M_{s-1}$ , которыми  $M_{s-1}$  отличается отъ  $M_s$ , приводимъ къ остальнымъ радикаламъ этой группы, ибо такой радикалъ можетъ быть исключенъ изъ  $M_{s-1}$ , послѣ чего уравненіе  $M_{s-1} = 0$  будетъ отличаться отъ уравненія  $M_s = 0$  менѣе чѣмъ  $n$  радикалами. Если послѣ этого уравненіе  $M_{s-1} = 0$  несократимо, то оно и есть искомое; если-же уравненіе  $M_{s-1} = 0$  послѣ указанного преобразованія сократимо, то находимся въ условіяхъ предыдущаго случая.

Въ третьихъ, лемма будетъ оправдана, когда докажемъ, что существуетъ удовлетворяющееся при  $x=f$  квадраторадикальное уравненіе  $\mu_s = 0$  степени  $2^s$ , отличающееся отъ уравненія  $M_s = 0$  не болѣе какъ  $n-1$  радикалами, изъ коихъ одинъ, внѣшній для функціи  $\mu_s$ , не приводимъ къ остальнымъ радикаламъ группы  $M_s, \mu_s$ . Дѣйствительно, если такое уравненіе  $\mu_s = 0$  существуетъ и  $D$  есть общій наибольшій дѣлитель полиномовъ  $M_s$  и  $\mu_s$ , то уравненіе  $D=0$  удовлетворяется при  $x=f$  и отличается отъ  $M_s = 0$  не болѣе какъ  $n-1$  радикалами. Степень уравненія  $D=0$  не болѣе  $2^s$ ; она не равна  $2^s$ , ибо въ противномъ случаѣ имѣли бы тождественно (§ 9, I)

$$M_s = D = \mu_s,$$

а это (§ 9, II) невозможно, такъ какъ  $\mu_s$  содержитъ внѣшній радикалъ, неприводимый къ остальнымъ радикаламъ группы функцій  $M_s, \mu_s$ . Итакъ, степень уравненія  $D=0$  менѣе  $2^s$ ; слѣдовательно, разлагая это уравненіе на несократимыя, придемъ къ удовлетворяющемуся при  $x=f$  несократимому уравненію  $d_p = 0$  степени  $2^p$  (§ 11, теорема I), которое отличается отъ  $M_s$  не болѣе какъ  $n-1$  радикалами, причемъ цѣлое  $p$  равно или  $< s-1$ . (Если уравненіе  $D=0$  несократимо, то  $d_p = D$ ). Если  $p=s-1$ , то  $d_p = 0$  есть искомое уравненіе; если же  $p < s-1$ , то послѣдовательнымъ освобожденіемъ уравненія  $d_p = 0$  отъ внѣшнихъ радикаловъ, которыми оно отличается отъ уравненія  $M_s = 0$  (такіе радикалы непременно содержатся въ  $d_p$  по § 11, I), придемъ къ искомому уравненію.



Въ четвертыхъ, лемма теперь должна считаться доказанною для того случая, когда, освободивъ уравненіе  $M_{s-1}=0$  отъ внѣшняго радикала, которымъ оно отличается отъ уравненія  $M_s=0$ , получимъ уравненіе  $N_s=0$ , отличающееся отъ уравненія  $M_s=0$  хоть однимъ радикаломъ. Дѣйствительно, мы предполагаемъ, что каждый изъ радикаловъ, которыми уравненіе  $M_{s-1}=0$  отличается отъ  $M_s$ , неприводимъ къ остальнымъ радикаламъ группы функцій  $M_s, M_{s-1}$ , ибо иначе мы находились бы въ условіяхъ второго случая. Каждый радикалъ, которымъ функція  $N_s$  отличается отъ  $M_s$ , также поэтому неприводимъ къ остальнымъ радикаламъ группы функцій  $M_s, N_s$ ; но среди радикаловъ, которыми  $N_s$  отличается отъ  $M_s$ , есть одинъ внѣшній радикалъ функціи  $N_s$  (§ 5, слѣдствіе II), слѣдовательно уравненіе  $N_s=0$  удовлетворяетъ условіямъ уравненія  $\mu_s=0$ .

Въ послѣдующемъ мы будемъ поэтому предполагать, что при освобожденіи уравненія  $M_{s-1}=0$  отъ какого либо внѣшняго радикала, которымъ это уравненіе отличается отъ уравненія  $M_s=0$ , вмѣстѣ съ этимъ радикаломъ исчезаютъ и всѣ остальные радикалы, которымъ  $M_{s-1}$  отличается отъ  $M_s$ , то есть, что функція  $M_s$  тождественно равна квадрату модуля функціи  $M_{s-1}$  по всякому внѣшнему ея радикалу, которымъ она отличается отъ функціи  $M_s$ .

Въ пятыхъ, лемма справедлива, когда уравненіе  $M_{s-1}$  отличается отъ уравненія  $M_s=0$  по крайней мѣрѣ двумя внѣшними радикалами. Въ самомъ дѣлѣ, относительно такихъ двухъ внѣшнихъ радикаловъ  $\sqrt{r}$  и  $\sqrt{r_1}$  уравненіе  $M_{s-1}=0$  напишется въ видѣ (§ 6, равенства (2))

$$(a_1+b_1\sqrt{r_1})+(a+b\sqrt{r_1})\sqrt{r}=0 \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

гдѣ высшая степень  $x$ , имѣя коэффиціентомъ 1-цу, входитъ въ составъ  $a_1$ . Взявъ квадратъ модуля по радикалу  $\sqrt{r}$ , получимъ тождественно

$$M_s=(a_1+b_1\sqrt{r_1})^2-(a+b\sqrt{r_1})^2 \cdot r,$$

а такъ какъ радикалъ  $\sqrt{r_1}$  долженъ по предположенію исчезнуть, то можемъ, измѣнивъ знакъ радикала  $\sqrt{r_1}$ , писать тождественно (§ 5)

$$M_s=(a_1-b_1\sqrt{r})^2-(a-b\sqrt{r})^2 r_1,$$

поэтому уравненіе  $M_s=0$  можетъ быть замѣнено уравненіемъ

$$a_1-b_1\sqrt{r_1} \pm (a-b\sqrt{r_1})\sqrt{r}=0.$$

Складывая это уравненіе съ уравненіемъ (1), находимъ, что одно изъ двухъ уравненій

$$a_1+a\sqrt{r}=0; a_1+b\sqrt{r} \cdot \sqrt{r_1}=0$$

удовлетворяется при  $x=f$ . Ни одно изъ этихъ уравненій не существуетъ тождественно, ибо степень  $a_1$  выше степеней  $a$  и  $b$ . Первое изъ этихъ уравненій, не содержа радикала  $\sqrt{r_1}$ , отличается отъ уравненія  $M_s=0$  не болѣе какъ  $n-1$  радикалами; второе уравненіе будетъ отличаться



отъ уравненія  $M_s = 0$  не болѣе какъ  $n-1$  радикалами, когда произведение двухъ радикаловъ  $\sqrt{r}$  и  $\sqrt{r_1}$  замѣнимъ черезъ  $\sqrt{rr_1}$ ; слѣдовательно, для разсматриваемаго случая лемма можетъ считаться доказанной.

Наконецъ, въ *шестыхъ*, лемма справедлива и въ томъ случаѣ, когда уравненіе  $M_{s-1} = 0$  отличается отъ  $M_s = 0$  только однимъ внѣшнимъ радикаломъ  $\sqrt{R}$ .

Ибо число всѣхъ радикаловъ, которыми  $M_{s-1}$  отличается отъ  $M_s$ , по предположенію больше 1-цы; слѣдовательно, одинъ изъ этихъ радикаловъ—пусть это будетъ  $\sqrt{r_1}$ —есть внѣшній радикалъ функціи  $R$  (§ 5, слѣдствіе III), поэтому уравненіе  $M_{s-1} = 0$  напишется въ видѣ (§ 6, рав. (3))

$$a_2 + b_2 \sqrt{r_1} + (a_1 + b_1 \sqrt{r_1}) \sqrt{a + b \sqrt{r_1}} = 0, \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

гдѣ степень  $2^{s-1}$  полинома  $a_2$  выше степеней полиномовъ  $b_2, a_1, b_1$ . Взявъ квадратъ модуля по радикалу  $\sqrt{a + b \sqrt{r_1}}$ , получимъ тождественно

$$M_s = (a_2 + b_2 \sqrt{r_1})^2 - (a_1 + b_1 \sqrt{r_1})^2 (a + b \sqrt{r_1}),$$

а такъ какъ радикалъ  $\sqrt{r_1}$  по предположенію уничтожается, то можемъ писать тождественно

$$M_s = (a_2 - b_2 \sqrt{r_1})^2 - (a_1 - b_1 \sqrt{r_1})^2 (a + b \sqrt{r_1}),$$

поэтому уравненіе  $M_s = 0$  можетъ быть преобразовано въ уравненіе

$$a_2 - b_2 \sqrt{r_1} \pm (a_1 - b_1 \sqrt{r_1}) \sqrt{a - b \sqrt{r_1}} = 0. \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Пусть  $\sqrt{m}$  будетъ модуль функціи  $a \pm b \sqrt{r_1}$  по радикалу  $\sqrt{r_1}$ . Перемножая и складывая уравненія (1) и (3) послѣ перенесенія радикаловъ  $\sqrt{a + b \sqrt{r_1}}$  и  $\sqrt{a - b \sqrt{r_1}}$  во вторыя части, получаемъ

$$a_2^2 - b_2^2 r_1 = (a_1^2 - b_1^2 r_1) \sqrt{m}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

$$a_2 = -\frac{1}{2} \left\{ (\sqrt{a + b \sqrt{r_1}} \pm \sqrt{a - b \sqrt{r_1}}) a_1 + (\sqrt{a + b \sqrt{r_1}} \mp \sqrt{a - b \sqrt{r_1}}) \sqrt{r_1} \cdot b_1 \right\}$$

$$a_2^2 = \frac{1}{2} (a \pm \sqrt{m}) a_1^2 + b r_1 b_1 a + \frac{1}{2} (a \mp \sqrt{m}) r_1 b_1^2.$$

Извлекая квадратный корень изъ обѣихъ частей этого равенства, находимъ

$$a_2 = \pm \sqrt{\frac{1}{2} (a \pm \sqrt{m})} \left\{ a_1 + b_1 \frac{a \mp \sqrt{m}}{b} \right\}. \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Если радикалъ  $\sqrt{m}$  не входитъ въ составъ уравненія  $M_s = 0$  и неприводимъ къ радикаламъ этого уравненія и уравненія (4), то уравненіе (4) степени  $2^s$ , не содержащее двухъ радикаловъ  $\sqrt{r_1}$  и  $\sqrt{a + b \sqrt{r_1}}$ , удовлетворяетъ условіямъ уравненія  $\mu_s = 0$ , и лемма доказана. Если же радикалъ  $\sqrt{m}$  входитъ въ составъ уравненія  $M_s = 0$  или приводимъ къ радикаламъ, входящимъ въ составъ уравненій  $M_s = 0$  и (4), то въ первомъ случаѣ уравненіе (5) отличается отъ уравненія  $M_s = 0$  не болѣе какъ  $n-1$



радикалами, а во второмъ случаѣ уравненіе (5) будетъ отличаться отъ уравненія  $M_s$  не болѣе какъ  $n-1$  радикалами, когда исключимъ изъ уравненія (5) радикалъ  $\sqrt{m}$  помощью радикаловъ, входящихъ въ составъ уравненій  $M_s = 0$  и (4). А такъ какъ уравненіе (5) степени  $2^{s-1}$ , то оно либо есть искомое уравненіе, если оно несократимо, либо мы находимся въ условіяхъ разсмотрѣнныхъ раньше. Итакъ, лемма доказана вполнѣ.

С. Шатуновскій (Одесса).

(Продолженіе слѣдуетъ).

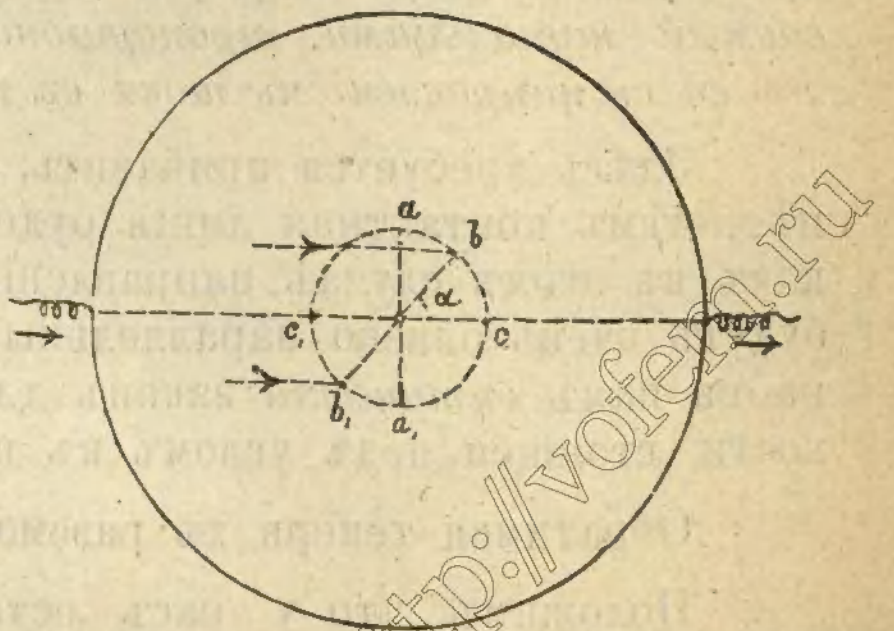
## НѢКОТОРЫЕ ЗАКОНЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКАГО ПОТОКА ВЪ ПЛАСТИНКѢ.

Назадъ тому ровно годъ я разсмотрѣлъ на страницахъ этого журнала распределеніе электрическаго тока въ пластинкѣ\*) и обѣщаль читателямъ разсмотрѣть примѣненіе описанной тамъ методы (щупальцы *Шведова*) къ измѣренію *земныхъ* токовъ. Я не могу, однако, теперь исполнить даннаго обѣщанія, такъ какъ для знанія распределенія *земныхъ* токовъ необходимо ознакомленіе съ еще нѣкоторыми явленіями, которыя я здѣсь и привожу.

Въ упомянутой выше статьѣ было сказано, что если токъ входитъ по проволоцѣ въ нѣкоторую пластинку и затѣмъ изъ нея опять выходитъ, то токи распространяются въ ней по нѣкоторымъ правильнымъ кривымъ; причемъ существуетъ правило, что если линія, соединяющая оба контакта щупальцевъ *Шведова*\*\*), вертикальна къ направленію тока въ этомъ мѣстѣ пластинки, то и тока отъ щупальцевъ гальванометръ не показываетъ; если же эта линія будетъ параллельна направленію тока, то щупальцы покажутъ въ гальванометрѣ максимумъ тока.

Какой же токъ покажутъ щупальцы, если контактная линія не будетъ перпендикулярна и не параллельна направленію тока въ данномъ мѣстѣ въ пластинкѣ? Это то и составляетъ первый вопросъ, который мы должны рѣшить.

Очевидно, токъ, даваемый щупальцами, будетъ зависѣть отъ угла, составляемаго контактной линіей съ направленіемъ тока въ пластинкѣ. Для экспериментальнаго рѣшенія этого вопроса я и произвелъ нужные опыты, которые были сдѣланы аналогично прежнимъ, съ той однако разницей, что вмѣсто прямоугольной пластинки была взята круглая (амальгмированный цинкъ), 75,0 см. въ діаметрѣ. Токъ отъ батареи (4 большихъ Даниэля, соединенныхъ параллельно) входилъ въ нее по одному электроду, а выходилъ по другому, діаметрально про-



Фиг. 22.

\*) XIV сем., стр. 93. 1893.

\*\*) Эту линію мы для краткости назовемъ *контактной линіей*.



тивоположному. Контактная линия  $aa_1$  была въ 7,2 см. длиной. Щупальцы были поставлены въ срединѣ пластинки, а токъ отъ нихъ измѣрялся чувствительнымъ гальванометромъ Видемана съ малымъ сопротивленіемъ; причемъ токъ въ щупальцахъ для большей точности наблюдался при одномъ и другомъ направленіи главнаго тока отъ батареи, которое измѣнялось при помощи коммутатора.

Контактная линия соотвѣтствовала  $0^\circ$  въ положеніи  $cs_1$  и  $90^\circ$  въ положеніи  $aa_1$  (фиг. 22).

Полученные результаты содержатся въ слѣдующей табл., гдѣ  $\alpha$  означаетъ уголъ, составляемый контактной линіей съ направленіемъ тока въ пластинкѣ, а  $n$ —токъ отъ щупальцевъ въ дѣленіяхъ скалы.

$\alpha$	$n$	$cs\alpha$	$k = \frac{n}{cs\alpha}$	$n$ вычислено по формулѣ $n = k \cdot cs\alpha$ .	Разница въ % между вы- численнымъ и наблюд. $n$ .
90	0	0,0000	неопред.	0	0
75	6,7	0,2588	25,9	7,0	+ 4
60	13,9	0,5000	27,8	13,5	— 3
45	19,3	0,7071	27,5	19,1	— 1
30	23,2	0,8660	26,8	23,4	+ 0,9
15	25,7	0,9659	26,6	26,1	+ 1,5
0	27,5	1,0000	27,5	27,5	0.
		средн.	27,0		

Отсюда видно, что константная величина  $k$  въ среднемъ равна 27,0 и что величины для  $n$ , вычисленные на основаніи ея, очень хорошо совпадаютъ съ наблюденными, особенно если принять во вниманіе, что разница, приведенная въ послѣднемъ столбцѣ, бываетъ и положительная и отрицательная, что указываетъ на небольшія неточности при наблюденіяхъ. Формула  $n = k \cdot cs\alpha$  показываетъ, что токъ ( $n$ ), даваемый щупальцами, пропорціоналенъ  $cs$  угла, образуемаго контактной линіей съ направленіемъ тока въ пластинкѣ для даннаго мѣста.

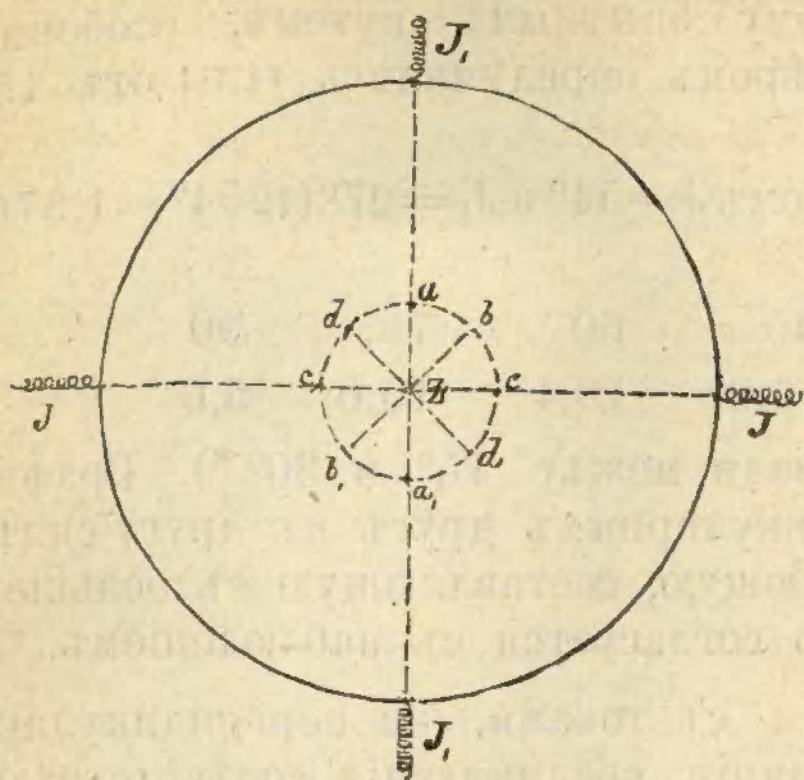
Здѣсь требуется прибавить, что законъ этотъ будетъ тѣмъ точнѣе, чѣмъ контактная линія будетъ короче, а пластинка больше, такъ какъ въ этомъ случаѣ направленіе токовъ, падающихъ на линію  $aa_1$ , будутъ очень близко параллельны другъ другу. Законъ этотъ напоминаетъ намъ *оптический* законъ для степени освѣщенія нѣкоторой плоскости, стоящей подъ угломъ къ направленію свѣтовыхъ лучей.

Обратимся теперь къ разсмотрѣнію другого явленія.

Положимъ, что у насъ есть двѣ батареи; отъ одной токъ ( $J$ ) входитъ и выходитъ изъ діаметрально противоположныхъ проволокъ, прикрѣпленныхъ къ нашей круглой пластинкѣ; то же самое относится и до тока ( $J_1$ ) другой батареи. Какой токъ покажутъ щупальцы, находящіеся въ центрѣ пластинки, въ различныхъ ихъ положеніяхъ?



Для рѣшенія и этого вопроса были произведены нужные опыты.



Фиг. 23.

леніи тока  $J$ . (При этомъ  $J=52^\circ$ ,  $J_1=48^\circ 30'$ ).

Сила токовъ  $J$  и  $J_1$  измѣрялась отдѣльно при помощи тангенсъ-буссоли; а щупальцы изъ положенія  $cc_1$ , какъ начала, вращались на  $360^\circ$ , причемъ при всякихъ  $15^\circ$  дѣлалось наблюденіе при одномъ и другомъ направленіи тока  $J$ ; токъ же  $J_1$  имѣлъ всегда одно и то же направленіе.

Я приведу здѣсь для ясности одну полную табл. изъ всѣхъ полученныхъ для подобныхъ случаевъ, гдѣ  $n$  и  $\alpha$  имѣютъ прежнее значеніе а  $n_1$  означаетъ токъ отъ щупальцевъ при переменномъ направ-

$\alpha$	$n$	$n_1$	$\alpha$	$n$	$n_1$
0	18,9	— 20,8	180	— 21,1	20,8
15	13,8	— 22,0	195	— 16,1	23,5
30	8,0	— 26,3	210	— 10,0	<b>26,5</b>
45	<b>1,9</b>	— <b>27,3</b>	225	— 4,0	25,0
60	— 6,0	— 23,5	240	<b>3,8</b>	24,0
75	— 11,6	— 21,1	255	9,3	20,0
90	— 17,8	— 16,0	270	15,1	15,3
105	— 22,5	— 10,3	285	20,5	11,3
120	— 25,2	— <b>3,7</b>	300	23,3	4,9
135	— 26,2	2,9	315	<b>24,9</b>	— <b>1,5</b>
150	— <b>26,8</b>	9,0	330	24,1	— 10,0
165	— 26,5	15,8	345	22,0	— 16,0
180	— 21,1	20,8	360.	18,8	— 20,6

Изъ этой табл. ясно видны минимумы и максимумы тока щупальцевъ ( $n, n_1$ ), а именно экстремы эти были въ среднемъ при:  $45^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $225^\circ$  и  $315^\circ$ , т. е. повторялись послѣ каждыхъ  $90^\circ$ . Тотъ фактъ, что щупальцы дали максимальный токъ не въ положеніи  $aa_1$  или  $cc_1$ , показываетъ, что токи  $J$  и  $J_1$  воздѣйствовали другъ на друга и имѣютъ свою равнодѣйствующую въ положеніи  $dd_1$ , составляющемъ съ  $cc_1$  или съ  $aa_1$  уголъ  $= 45^\circ$ , какъ это видно изъ вышеупомянутой таблицы ( $360^\circ - 315^\circ = 45^\circ$ ), если оба тока положительны; а если они отрицательны, то въ положеніи  $bb_1$ , составляющемъ съ  $aa_1$  тоже  $45^\circ$ .

Если мы построимъ графически направленіе токовъ  $J$  и  $J_1$  въ пластинкѣ при ея центрѣ и ихъ силу (т. е. на линіи  $zc_1$  отложимъ отъ  $z$  величину для  $\text{tg } 52^\circ = 1,280$ , а на  $za$  величину  $\text{tg } 48\frac{1}{2}^\circ = 1,130$ , которыя и пропорціональны силѣ тока), то получимъ направленіе рав-



нодѣйствующей, которая составитъ съ линіей *az* уголъ въ  $48^{\circ}30'$ , очень близкій къ углу  $45^{\circ}$ , найденному опытнымъ путемъ, особенно если принять во вниманіе, что угломѣромъ опредѣлялись углы отъ  $15^{\circ}$  до  $15^{\circ}$ .

Быль сдѣланъ еще опытъ съ токомъ  $J=54^{\circ}$  и  $J_1=27^{\circ}$  ( $\operatorname{tg}54^{\circ}=1,376$ ,  $\operatorname{tg}27^{\circ}=0,509$ ), причемъ получилось:

$\alpha$ :	0	15	30	45	60	75	90
$n$ :	17,9	18,4	18,6	16,2	13,4	10,0	5,6

т. е. максимумъ тока щупальцы показали между  $15^{\circ}$  и  $30^{\circ}$  \*). Графическое построение даетъ для перпендикулярныхъ другъ къ другу силъ, равныхъ 1,376 и 0,509, равнодѣйствующую, составляющую съ большей силой уголъ въ  $21^{\circ}$ , что опять близко согласуется съ наблюденіемъ.

Дальнѣйшіе опыты были сдѣланы съ токами, не перпендикулярными другъ другу. Сначала прямая линія, соединяющія соотвѣтствующіе электроды пластинки другъ съ другомъ, образовывали между собою уголъ  $=60^{\circ}$  \*\*). Токи были  $\operatorname{tg} 52\frac{1}{2}^{\circ}=1,303$  и  $\operatorname{tg} 48^{\circ}=1,111$ . При этомъ получилось:

$\alpha$ :	0	15	30	45	60	75	90
$n$ :	15,0	22,0	27,8	30,8	31,4	29,5	26,8

т. е. равнодѣйствующая составляла съ болѣе сильнымъ токомъ уголъ  $90^{\circ}-60^{\circ}=30^{\circ}$ . Графическое построение даетъ  $28^{\circ}$ .

Наконецъ уголъ между  $J$  и  $J_1$  былъ взятъ  $=30^{\circ}$ ; при этомъ получилось:

$\alpha$ :	0	15	30	45	60	75	90
$n$ :	7,5	15,0	22,0	27,0	31,0	34,0	33,5.

Токи были  $\operatorname{tg} 55^{\circ}=1,428$ ,  $\operatorname{tg} 45\frac{1}{2}^{\circ}=1,018$ . Отсюда видно, что равнодѣйствующая составляла съ большимъ токомъ уголъ  $90^{\circ}-75^{\circ}=15^{\circ}$ . Построение даетъ уголъ  $=13^{\circ}$ .

На основаніи этихъ опытовъ можно вывести заключеніе, что два тока, дѣйствующие подъ угломъ другъ къ другу, даютъ равнодѣйствующую, нахожденіе которой (по крайней мѣрѣ въ центрѣ нашей пластинки) можно произвести по извѣстному „параллелограмму силъ“ въ механикѣ.

П. Бахметьевъ (Софія).

\*) Здѣсь максимумъ получился въ другомъ квадрантѣ, чѣмъ раньше, такъ какъ направленіе одного изъ главныхъ токовъ было измѣнено.

\*\*) Электроды для  $J$  оставались неизмѣнными; перемѣнялось положеніе только электрода для  $J_1$ . Угломѣръ оставался въ томъ же положеніи.



## Построеніе линейнаго ирраціональнаго выраженія: $\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\gamma}$ .

Къ простѣйшимъ алгебраическимъ выраженіямъ, построеніе которыхъ получается непосредственно, Ad. Wernicke причисляетъ также выраженіе:

$$\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\gamma}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

„Die einfachsten algebraischen Ausdrücke, говоритъ онъ\*), deren Construction sich unmittelbar ergibt, sind, unter  $a, b, c$  Linien verstanden, folgende:

$$a+b; a-b; \frac{ab}{c}; \sqrt{a^2+b^2}; \sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\gamma}; \sqrt{c^2-a^2}; c\sin\beta; a\tang\beta$$

Дѣйствительно, если въ уравненіи:

$$x = \sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\gamma}$$

$a$  и  $b$  означаютъ линіи, а  $\gamma$ —уголъ, причемъ  $\pi > \gamma > 0$ , то  $x$  представитъ сторону треугольника, котораго двѣ другія стороны суть  $a$  и  $b$ , а  $\gamma$ —уголъ между ними. Поэтому для построенія  $x$  надо только на сторонахъ угла  $\gamma$  отъ его вершины отложить отрѣзки  $a$  и  $b$  и соединить концы ихъ прямой линіей.

На простоту этого построенія слѣдовало бы обратить вниманіе составителямъ руководства по приложенію алгебры къ геометріи и при изложеніи построенія линейныхъ выраженій, содержащихъ тригонометрическія величины, слѣдовало бы указывать, что выраженіе:

$$\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\gamma}$$

можно строить вышеизложеннымъ способомъ непосредственно, не замѣняя  $\cos\gamma$  отношеніемъ двухъ линій. Между тѣмъ руководства по приложенію алгебры къ геометріи, за исключеніемъ руководства проф. П. А. Некрасова\*\*), совершенно умалчиваютъ о построеніи выраженія:

$$\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\gamma},$$

хотя непосредственное построеніе этого выраженія столь же важно и столь же просто, какъ и построеніе выраженія:

$$\sqrt{a^2+b^2},$$

которое дается въ каждомъ руководствѣ по приложенію алгебры къ геометріи.

\*) Ad. Wernicke. Lehrbuch der Mechanik in elementarer Darstellung mit Uebungen und Anwendungen auf Maschinen-und Bau-Constructionen. Erster Theil. Braunschweig. 1877. s.: 583.

\*\*) П. А. Некрасовъ. Алгебраическій методъ рѣшенія геометрическихъ задачъ на построеніе. Часть первая. Приложеніе алгебры къ геометріи. Москва. 1892. Стран.: 26 и 66.



Выраженія:

$$\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\varphi} \text{ и } \sqrt{a^2+b^2+2ab\cos\varphi}, \dots (2)$$

гдѣ уголъ  $\varphi$  какой угодно, всегда могутъ быть приведены къ виду (1), гдѣ  $\pi > \gamma > 0$ , что расширяетъ примѣненіе вышеизложеннаго построенія.

Выраженія:

$$\sqrt{a^2+b^2-2ad} \text{ и } \sqrt{a^2+b^2+2ad},$$

гдѣ  $d < b$ , можно привести къ виду (2), полагая  $d = b\cos\varphi$ . Вспомогательный уголъ  $\varphi$  легко получить, построивъ прямоугольный треугольникъ по гипотенузѣ  $b$  и катету  $d$ ; острый уголъ этого треугольника, прилежащій къ катету  $d$ , будетъ равенъ  $\varphi$ .

Если выраженіе  $a^2+b^2-2ab\cos\gamma$  составляетъ часть нѣкотораго болѣе сложнаго выраженія, то построеніе послѣдняго значительно упростится, если предварительно построить

$$x = \sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\gamma}$$

и затѣмъ замѣнить  $a^2+b^2-2ab\cos\gamma$  чрезъ  $x^2$ . Такъ между прочимъ можно поступать въ слѣдующихъ задачахъ:

**Задача I.** Построить треугольникъ по основанію его  $c$ , углу  $\alpha$ , противолежащему одной изъ двухъ остальныхъ сторонъ, и сумму  $s$  двухъ этихъ сторонъ.

Означая чрезъ  $x$  сторону, противолежащую углу  $\alpha$ , получаемъ для опредѣленія  $x$  уравненіе:

$$x^2 = c^2 + (s-x)^2 - 2c(s-x)\cos\alpha,$$

откуда

$$x = \frac{c^2 + s^2 - 2cscos\alpha}{2(s - ccos\alpha)}.$$

Строимъ  $\sqrt{c^2+s^2-2cscos\alpha}$ : на сторонахъ угла  $\alpha$  (фиг. 24) отъ его вершины  $A$  откладываемъ отрезки  $AB=c$  и  $AD=s$  и соединяемъ концы ихъ  $B$  и  $D$  прямою; тогда

$$BD = \sqrt{c^2+s^2-2cscos\alpha}.$$

Строимъ теперь  $s - ccos\alpha$ ; для этого изъ точки  $B$  опускаемъ на  $AD$  перпендикуляръ  $BE$ ; тогда

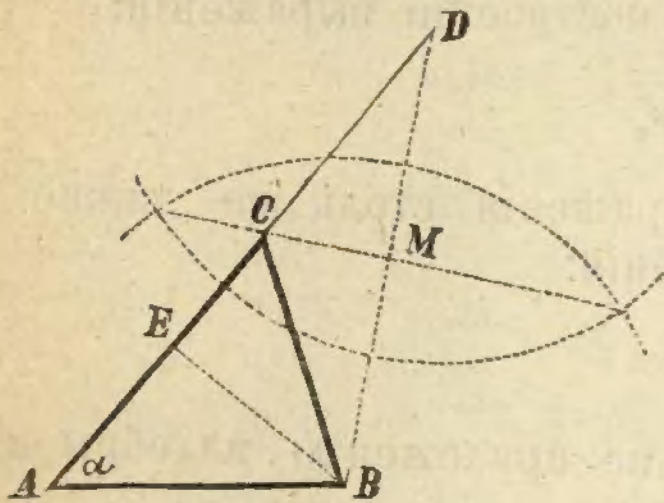
$$AE = ccos\alpha, \text{ а } DE = s - ccos\alpha.$$

Слѣдовательно

$$x = \frac{BD^2}{2DE},$$

или

$$x = \frac{BD}{2} \cdot \frac{BD}{DE};$$



Фиг. 24.



но

$$\frac{BD}{DE} = \sec D,$$

слѣдовательно

$$x = \frac{BD}{2} \cdot \sec D,$$

т. е  $x$  представляетъ гипотенузу прямоугольнаго треугольника, котораго катетъ равенъ  $\frac{BD}{2}$ , а прилежащій къ этому катету уголъ равенъ  $D$ . Чтобы построить этотъ треугольникъ, возставляемъ перпендикуляръ  $MC$  къ прямой  $BD$  въ ея срединѣ  $M$ ; тогда получится прямоугольный  $\triangle CDM$ , откуда

$$DC = DM \cdot \sec D = \frac{BD}{2} \cdot \sec D = x;$$

но

$$BC = CD = x, \text{ а } AC = AD - CD = s - x,$$

слѣдовательно  $\triangle ABC$  будетъ искомый треугольникъ.

**Задача II.** Построить треугольникъ по основанію его  $c$ , углу  $\alpha$ , противолежащему меньшей изъ двухъ остальныхъ сторонъ, и разности  $d$  двухъ этихъ сторонъ.

Означая чрезъ  $x$  сторону, противолежащую углу  $\alpha$ , получаемъ для опредѣленія  $x$  уравненіе:

$$x^2 = c^2 + (x + d)^2 - 2c(x + d)\cos\alpha,$$

откуда

$$x = \frac{c^2 + d^2 - 2cd\cos\alpha}{2(c\cos\alpha - d)}.$$

Строимъ  $\sqrt{c^2 + d^2 - 2cd\cos\alpha}$ : на сторонахъ угла  $\alpha$  (фиг. 25) отъ его вершины  $A$  откладываемъ отрѣзки  $AB = c$  и  $AD = d$  и соединяемъ концы ихъ  $B$  и  $D$  прямою; тогда

$$BD = \sqrt{c^2 + d^2 - 2cd\cos\alpha}.$$

Строимъ теперь  $c\cos\alpha - d$ ; для этого изъ точки  $B$  на прямую  $AD$  опускаемъ перпендикуляръ  $BE$ ; тогда

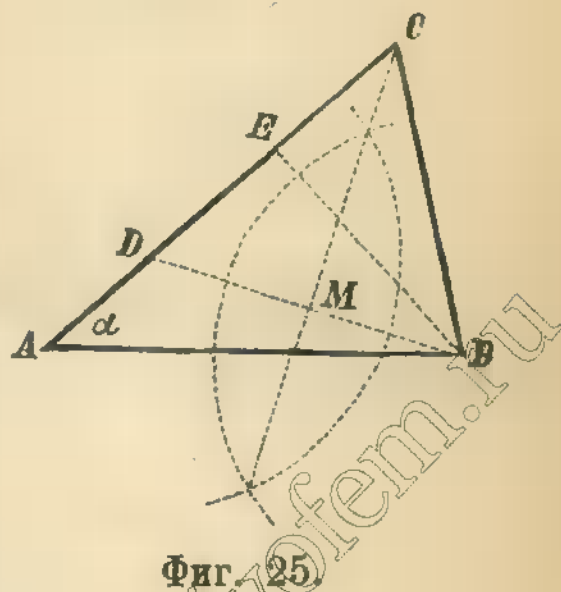
$$AE = c\cos\alpha, \text{ а } DE = c\cos\alpha - d.$$

Слѣдовательно

$$x = \frac{BD^2}{2DE} = \frac{BD}{2} \cdot \frac{BD}{DE} = \frac{BD}{2} \cdot \sec BDE.$$

Возставляемъ перпендикуляръ  $MC$  къ прямой  $BD$  въ ея срединѣ  $M$ ; тогда

$$DC = DM \cdot \sec CDM = \frac{BD}{2} \cdot \sec BDE = x;$$



Фиг. 25.



но

$$BC=DC=x, \text{ а } AC=DC+AD=x+d,$$

слѣдовательно  $\triangle ABC$  будетъ искомый треугольникъ.

**Задача III.** Построить треугольникъ по основанію его  $c$ , углу  $\alpha$ , противолежащему большей изъ двухъ остальныхъ сторонъ, и разности  $d$  двухъ этихъ сторонъ.

Означая чрезъ  $x$  сторону, противолежащую углу  $\alpha$ , получаемъ для опредѣленія  $x$  уравненіе:

$$x^2=c^2+(x-d)^2-2c(x-d)\cos\alpha,$$

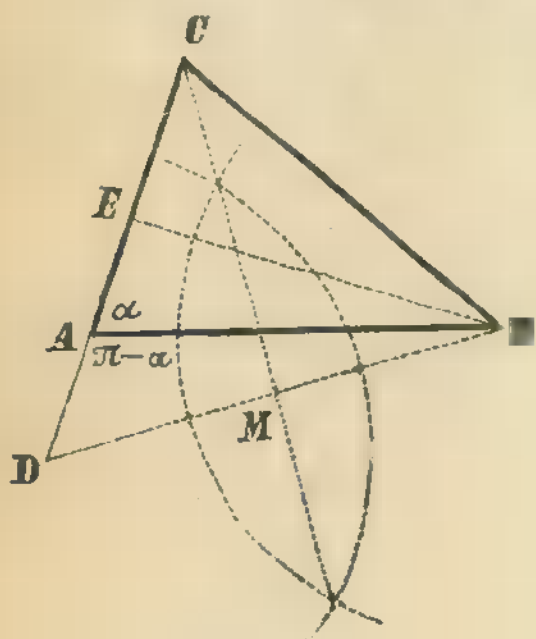
откуда

$$x = \frac{c^2+d^2+2cd\cos\alpha}{2(cc\cos\alpha+d)}.$$

Замѣчаемъ, что  $\cos\alpha = -\cos(\pi-\alpha)$ ; слѣдовательно

$$x = \frac{c^2+d^2-2cd\cos(\pi-\alpha)}{2(cc\cos\alpha+d)}.$$

Строимъ  $\sqrt{c^2+d^2-2cd\cos(\pi-\alpha)}$ ; для этого продолжаемъ одну изъ сторонъ угла  $\alpha$  (фиг. 26) за его вершину  $A$ , получаемъ уголъ  $\pi-\alpha$ . На сторонахъ угла  $\pi-\alpha$  отъ его вершины  $A$  откладываемъ отрѣзки  $AB=c$  и  $AD=d$  и соединяемъ концы ихъ  $B$  и  $D$  прямою; тогда



Фиг. 26.

$$BD = \sqrt{c^2+d^2-2cd\cos(\pi-\alpha)}.$$

Строимъ теперь  $cc\cos\alpha+d$ ; для этого изъ точки  $B$  проводимъ  $BE \perp AD$ ; тогда

$$AE=cc\cos\alpha, \text{ а } DE=cc\cos\alpha+d.$$

Слѣдовательно

$$x = \frac{BD^2}{2DE} = \frac{BD}{2} \cdot \frac{BD}{DE} = \frac{BD}{2} \cdot \sec D.$$

Возставляемъ перпендикуляръ  $MC$  къ прямой  $BD$  въ ея серединѣ  $M$ ; тогда

$$DC=DM \cdot \sec D = \frac{BD}{2} \cdot \sec D = x;$$

но

$$BC=DC=x, \text{ а } AC=DC-DA=x-d,$$

слѣдовательно  $\triangle ABC$  будетъ искомый треугольникъ.

Полагаю, что этихъ примѣровъ достаточно.

Вышеизложенное рѣшеніе трехъ предыдущихъ задачъ, полученное посредствомъ приложенія алгебры къ геометріи, замѣчательно тѣмъ, что почти ничѣмъ не отличается отъ рѣшенія, получаемого чисто геоме-



трическимъ способомъ, какъ это сдѣлано на примѣръ у Hoffmann'a \*), и слѣдовательно въ отношеніи простоты построеніе не оставляетъ ничего болѣе желать.

Учит. Варш. реальн. учил. С. Гирманъ.

## ОБСЕРВАТОРІЯ НА МОНБЛАНЪ.

Вершина Монблана, высочайшая точка Европы, давно уже привлекала ученыхъ и мысль объ устройствѣ тамъ обсерваторіи далеко не нова. Осуществленію этой мысли мѣшало распространенное мнѣніе, что покрывающій эту вершину толстымъ слоемъ снѣгъ постепенно сползаетъ съ нея, такъ что всякая постройка на вершинѣ мало по малу съѣзжала бы внизъ. Значительная же толщина снѣжнаго покрова вершины мѣшала утвердить обсерваторію на самой почвѣ. Извѣстному астроному Янсону принадлежитъ честь практическаго опроверженія всѣхъ этихъ соображеній. Въ настоящее время на Монбланѣ высится уже небольшая деревянная обсерваторія, не вполне еще, правда, законченная. Въ декабрьской книжкѣ *L'Astronomie* помѣщена очень интересная статья Янсена, въ которой онъ рассказываетъ исторію возникновенія этой обсерваторіи. Изъ этой статьи мы и заимствуемъ помѣщаемыя ниже подробности.

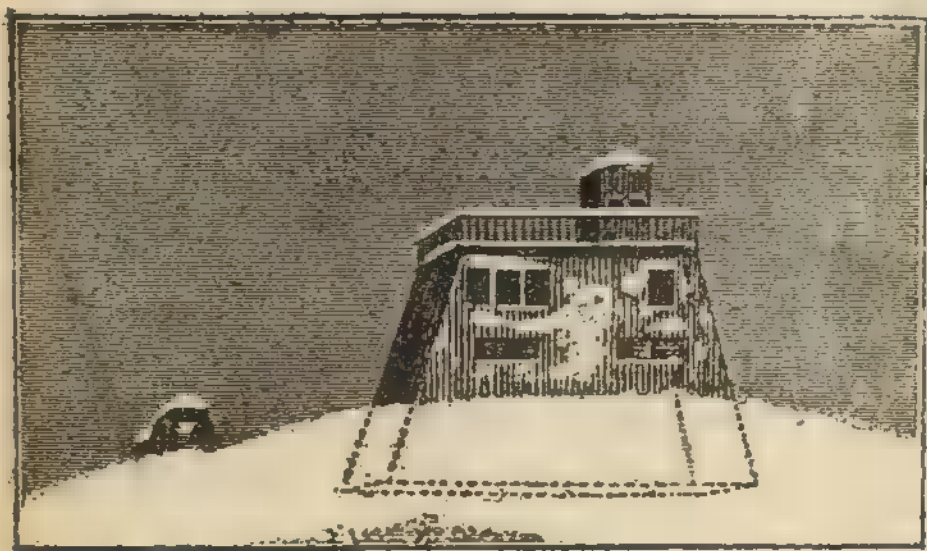
Первое свое восхожденіе на Монбланъ Янсенъ совершилъ въ августѣ 1890 года. Самое это восхожденіе отличалось нѣкоторыми особенностями. Янсенъ, желая избѣжать сильнаго физическаго утомленія при восхожденіи, мѣшающаго наслаждаться величественными картинами, открывающимися съ вершины Монблана, въ буквальномъ смыслѣ слова пріѣхалъ на эту вершину на саняхъ, которыя тащили 12 человѣкъ. Подъемъ этотъ былъ имъ предпринятъ съ цѣлью изученія на мѣстѣ тѣхъ условій, которыя представляетъ вершина Монблана для производства астрономическихъ и физическихъ наблюденій, и уже черезъ мѣсяцъ послѣ этого восхожденія онъ говорилъ передъ Парижской Академіей Наукъ о тѣхъ выгодахъ, которыя могли бы быть извлечены метеорологіей, астрономіей и физической географіей изъ устройства тамъ постоянной обсерваторіи. Немного спустя сформировалось цѣлое общество, имѣвшее цѣлью осуществленіе этого проэкта. Почетнымъ президентомъ этого общества былъ избранъ Леонъ Сэй, Янсенъ—президентомъ, Бишофсгеймъ—секретаремъ, Эд. Делессе—казначеемъ, президентъ Французской Республики—почетнымъ членомъ, принцъ Р. Бонапартъ, баронъ Альф. де Ротшильдъ, графъ Греффэль—членами. Оставалось преодолѣть лишь тѣ препятствія, которыя ставила сама природа смѣлому проэкту. Предварительныя разслѣдованія, въ которыхъ значительное участіе принялъ извѣстный Эйфель, показали, что толщина снѣга на Монбланѣ не даетъ никакой возможности заложить фундаментъ зданія въ самой скалѣ. Приходилось строить зданіе на снѣгу, но предварительно слѣдовало рѣшить два существенно

\*) *Dr. Gustav Hoffmann. Anleitung zur Lösung planimetrischer Aufgaben mit Uebungsbeispielen. Dritte Auflage. Leipzig. 1891. §§: 16—17, S.: 30—31.*



важныхъ вопроса: 1) какое сопротивленіе можетъ представить снѣгъ постройкѣ значительнаго вѣса? и 2) какого рода тѣ движенія снѣжной массы, которыхъ слѣдуетъ опасаться? Оба вопроса были рѣшены опытнымъ путемъ. Произведенные въ Медонѣ опыты показали, что свинцовый цилиндръ вѣсомъ въ 360 килогр. и съ діаметромъ всего въ 30 центиметровъ погружается подъ вліяніемъ своего вѣса всего лишь на нѣсколько миллиметровъ въ снѣгъ, имѣющій приблизительно ту же плотность, что и на Монбланѣ. Второй вопросъ былъ рѣшенъ на мѣстѣ: въ 1891 году на вершинѣ была сдѣлана небольшая деревянная постройка. Она и до сихъ поръ не сдвинулась съ мѣста и въ настоящее время служитъ магазиномъ.

Послѣ всѣхъ этихъ предварительныхъ изысканій рѣшено было приступить къ самой постройкѣ.



Фиг. 27.

Чтобы сдѣлать зданіе устойчивымъ, ему дали форму усѣченной четырехугольной пирамиды. Въ обсерваторіи два этажа и терраса сверху, причемъ нижній на  $\frac{3}{4}$  находится подъ снѣгомъ. Благодаря этому нижній этажъ не такъ сильно охлаждается. Перегородка дѣлитъ его на двѣ части, предназначенныя для ночлега наблюдателей и хранения приборовъ. Верхній этажъ, съ большими окнами, также раздѣленъ на двѣ части перегородкой. Пока здѣсь имѣется все необходимое для метеорологическихъ наблюдений. Для астрономическихъ наблюдений выстроена будка на верхней терассѣ зданія. Всѣ части сооружения такъ прочно связаны между собою, что его можно преподымать при помощи домкратовъ, если оно будетъ осѣдать и наклоняться.

Обсерваторія была построена въ Медонѣ, а затѣмъ перенесена въ Шамуни, откуда ее по частямъ перетащили на вершину Монблана. Для облегченія этого перетаскиванія весь путь былъ раздѣленъ на четыре части и на двухъ главныхъ станціяхъ были выстроены хижины.

Сооруженіе обсерваторіи, перевозка ея въ Шамуни, постройка хижины и отчасти переносъ обсерваторіи на вершину заняли все лѣто 1892 года. Лѣто 1893 года было посвящено переноскѣ остальныхъ частей на вершину и сборкѣ ихъ въ зданіе, что и было закончено 8-го сентября.

Въ это время Янсенъ вторично отправился на Монбланъ, опять таки въ саняхъ, приводимыхъ на этотъ разъ въ движеніе при помощи переносныхъ воротовъ. На путешествіе отъ Шамуни до вершины ему потребовалось три дня: отъ 8-го до 11-го сентября. Не смотря на ворота, восхожденіе сопровождалось такими затрудненіями, что пришлось употребить для него всѣхъ носильщиковъ, которые, такимъ образомъ, бросили съѣстные припасы, рассчитывая вернуться за ними послѣ. Но погода измѣнилась и всѣмъ пришлось провести два дня на вершинѣ безъ пищи. 14-го сентября Янсону довелось наблюдать съ вершины Монблана закатъ солнца, который, по его собственнымъ словамъ, останется незабвеннымъ въ его умѣ:



„Вершина Монблана выдавалась надъ моремъ облаковъ, прости-  
рающимся во всѣ стороны до послѣднихъ предѣловъ горизонта.

„Округленные формы этой поверхности являлись волнами океана.  
„Выдававшіяся тамъ и сямъ надъ общимъ уровнемъ скопленія облаковъ  
„казались отдѣльными высокими горами самыхъ странныхъ формъ.

„Лучи заходящаго солнца освѣщали всю эту картину красноватымъ  
„отблескомъ и превращали ее въ фантастическій міръ, о которомъ не  
„смѣлъ и грезить Густавъ Дорэ.

„Мало по малу, однако, вслѣдствіе охлажденія атмосферы, облачный  
„слой сталъ постепенно опускаться и большія вершины цѣпей Монтъ-  
„Роза и Оберландъ начали выдаваться, усѣивая это море все новыми  
„архипелагами, ледники которыхъ сверкали все болѣе и болѣе усили-  
„вающимся краснымъ цвѣтомъ заходящаго свѣтила. Что касается до  
„этого послѣдняго, то его кроваво-красный дискъ разорвался на отдѣль-  
„ные куски, которые скоро потонули въ этомъ морѣ.

„Тогда съ востока поднялся леденящій вѣтеръ, подулъ на поверх-  
„ность пропасти и она покрылась мракомъ.

„..... Въ виду этой сцены, возбуждавшей мысль о томъ, что можно  
„вообразить себѣ картины, которыя представляла земля въ первыя эпохи  
„своего существованія, когда материки стали выступать изъ неизмѣри-  
„мой поверхности водъ, я какъ бы окаменѣлъ: впечатлѣніе было слиш-  
„комъ сильно“.....

Этимъ своимъ пребываніемъ на Монбланѣ Янсенъ воспользовался  
для рѣшенія спорнаго вопроса, входитъ ли кислородъ въ составъ газо-  
вой оболочки солнца.

Извѣстный американскій физикъ Дрэперъ, на основаніи спектраль-  
ныхъ наблюденій высказалъ мнѣніе, что одною изъ составныхъ частей  
солнечной атмосферы является кислородъ. Если это такъ, то рано или  
поздно настанетъ моментъ, когда, вслѣдствіе охлажденія солнца, кисло-  
родъ этотъ соединится съ водородомъ, составляющимъ значительную  
часть фотосферы, причемъ получится масса водяного пара, сильно по-  
глощающаго, какъ извѣстно, лучистую теплоту. Тогда солнце какъ бы  
закроется экраномъ и земная поверхность сильно охладится. Если это  
и не важно для земли, на которой, пожалуй, жизнь исчезнетъ прежде,  
чѣмъ наступитъ эта катастрофа, то для болѣе молодыхъ планетъ—Юпитера  
и Сатурна это вопросъ первой важности, такъ какъ, быть можетъ, ката-  
строфа эта совершенно задержитъ развитіе на нихъ жизни.

Относительно линій кислорода въ солнечномъ спектрѣ можно сдѣ-  
лать два предположенія: либо онѣ дѣйствительно обязаны своимъ по-  
явленіемъ присутствію кислорода на солнцѣ, либо причины ихъ слѣдуетъ  
искать въ окружающей землю атмосферѣ. Понятно, что въ этомъ по-  
слѣднемъ случаѣ степень ихъ интенсивности зависитъ отъ толщины того  
слоя атмосферы, который лежитъ на пути солнечныхъ лучей и, слѣдо-  
вательно, если наблюденіе производится на вершинѣ высокой горы, ли-  
ніи должны ослабиться или даже отчасти исчезнуть. Это и замѣтилъ  
Янсенъ во время своихъ наблюденій 14-го и 15-го сентября, и, такимъ  
образомъ, вывелъ заключеніе объ отсутствіи кислорода въ солнечной ат-  
мосферѣ.



Нѣтъ никакого сомнѣнія, что этотъ первый важный результатъ, добытый въ наполовину лишь достроенной обсерваторіи, не останется единственнымъ и Янсенъ правъ, говоря, что обсерваторія на Монбланѣ является осуществленіемъ мысли и желаній многихъ выдающихся ученыхъ, работавшихъ на этой знаменитой горѣ. В. Г.

## Генрихъ Герцъ.

Какъ извѣстно уже нашимъ читателямъ, Генрихъ Герцъ скончался въ Боннѣ 2-го января 1894 года. Родился онъ въ Гамбургѣ, въ 1857 году и, слѣдовательно, прожилъ всего 36 лѣтъ. Его короткая жизнь протекла спокойно безъ всякихъ выдающихся событій. Специально физикой сталъ онъ заниматься лишь съ 1878 года, а до этого времени былъ инженеромъ. Воспитывался онъ сперва въ Мюнхенскомъ, затѣмъ въ Берлинскомъ университетѣ и его учителями были Кирхгоффъ и Гельмгольцъ. Гельмгольцъ обратилъ вниманіе на своего даровитаго ученика и Герцъ былъ его ассистентомъ. Въ 1880 году Герцъ получилъ степень доктора философіи, а въ 1883 онъ оставилъ лабораторію Гельмгольца и переѣхалъ въ Киль, гдѣ былъ приватъ-доцентомъ. Черезъ 5 лѣтъ онъ получилъ мѣсто профессора физики въ технической школѣ въ Карлсруэ, но оставался здѣсь лишь годъ: въ 1889 году умеръ Клаузіусъ и кафедра физики въ Боннскомъ университетѣ осталась вакантной. Единогласно кафедра эта была предложена Герцу. Прошло нѣсколько мѣсяцевъ и объ опытахъ его заговорилъ весь міръ. Не только научные и популярныя журналы, но даже и ежедневныя газеты излагали его открытія. Наши читатели могли ознакомиться съ этими опытами въ рядѣ статей, помѣщенныхъ въ „Вѣстникъ“ \*). Опыты эти принадлежатъ къ числу такихъ, которые открываютъ новые пути для науки, даютъ толчекъ къ ряду новыхъ изслѣдованій и создаютъ цѣлыя школы послѣдователей. Работы Герца вызвали рядъ изслѣдованій, и если открытія его немногочисленны, то виноваты въ этомъ не онъ, а жестокая смерть, разящая безъ разбора старика и юношу, генія и бездарность.

Въ 1892 году Герцъ издалъ собраніе всѣхъ своихъ работъ въ книгѣ: „*Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen und magnetischen Kraft*“, а краткій ихъ очеркъ онъ сдѣлалъ въ 1890 г. на съѣздѣ нѣмецкихъ естествоиспытателей въ Гейдельбергѣ въ рѣчи, изданной впослѣдствіи подъ заглавіемъ: „*Ueber die Beziehungen zwischen Licht und Electricität*“.

\*) См. П. Бахметьевъ, Лучи электрической силы. Сем. VI, стр. 153 — 157.  
— О. Шведовъ, О лучахъ электрической силы по опытамъ Герца. Сем. VIII стр. 81—88.  
— І. Косоноговъ, Опыты Герца. Сем. X. №№ 112, 117, 118, 119.



## НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

**Новые источники энергіи.**—Въ одномъ изъ прошлогоднихъ засѣданій Французскаго Астрономическаго Общества \*) нѣкто Guillemet предложилъ воспользоваться вращеніемъ земли вокругъ своей оси, какъ источникомъ механической энергіи, превращая часть ея въ работу при помощи маятника или гироскопа; перемѣщеніе плоскости качаній маятника или оси гироскопа могло бы быть преобразовано въ работу. Предложеніе это вызвало слѣдующія интересныя замѣчанія со стороны Ph. Gérigny. Извѣстно, что большая часть механической энергіи, служащей промышленности, ведетъ свое начало отъ доставляемой солнцемъ теплоты, которая такимъ образомъ преобразуется въ работу. Конечно, было бы весьма желательно воспользоваться и громаднымъ количествомъ энергіи суточного вращенія земли. Однимъ изъ простѣйшихъ средствъ для достиженія этой цѣли,—средствъ, еще не вошедшихъ въ практику, но которыя вѣроятно войдутъ въ нее—была бы установка гидравлическихъ двигателей, приводимыхъ въ движеніе приливомъ. Тогда источникомъ энергіи служило бы не только вращеніе земли, но и обращеніе луны вокругъ земли. Но G. Darwin показалъ, что всякое сопротивленіе движенію прилива съ одной стороны замедляетъ вращеніе земли и удлиняетъ такимъ образомъ сутки, съ другой—приближаетъ луну къ землѣ. Нечего и говорить, что численные результаты этихъ дѣйствій весьма малы: сутки удлинились бы на часть секунды въ столѣтіе; всякое новое сопротивленіе, вводимое гидравлическимъ двигателемъ, увеличить, конечно, эти результаты,—весьма мало, правда,—ибо всякое сопротивленіе, доставляемое промышленной машиной, составляетъ самую незначительную часть громадныхъ естественныхъ сопротивленій, доставляемыхъ берегами и вязкостью морской воды. Переходя къ предложенію г. Guillemet, Ph. Gérigny указалъ на слѣдующія причины, отнимающія у этого предложенія его значеніе. Помимо того, что сила, доставляемая перемѣщеніемъ гироскопа, весьма мала, такъ что для полученія замѣтныхъ результатовъ пришлось бы пользоваться гигантскими приборами,—помимо этого существуетъ, что болѣе важно, теорема механики, въ силу которой моментъ количества движенія всего того, что составляетъ часть земли, остается неизмѣннымъ, если на нашу планету не дѣйствуютъ внѣшнія силы, такъ что вращенія ея нельзя уменьшить, не удаляя нѣкоторыхъ ея частей отъ центра, нельзя и ускорить, не приближая нѣкоторыхъ ея частей къ центру. Отсюда слѣдуетъ, что перемѣщеніе гироскопа не можетъ быть преобразовано въ работу. Въ самомъ дѣлѣ, работа эта могла бы быть употреблена на преодоленіе сопротивленій въ горизонтальной плоскости, а такъ какъ она была бы взята у вращенія земли, то это уменьшило бы скорость вращенія, и въ то же время разстоянія частей земли отъ ея центра не измѣнились бы, что противорѣчило бы вышеприведенной теоремѣ. Дѣйствительно, извѣстно, что сила, дѣйствующая на ось вращающагося тѣла, заставляетъ перемѣщаться это послѣднее въ плоскости, перпендикулярной къ силѣ, т. е. не производитъ работы.

В. І'.

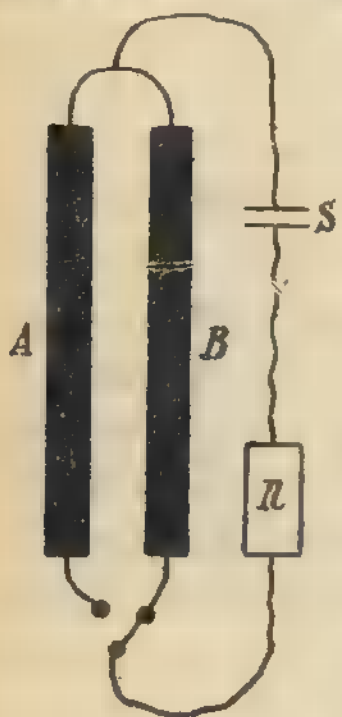
\*) 1 марта 1893 года.



**Новый фотометрический методъ** для измѣренія отражательной способности тѣлъ, предложенъ О. N. Rood'омъ. Методъ этотъ основанъ на слѣдующемъ принципѣ. Если вращать равномерно освѣщенный дискъ, окрашенный въ любой цвѣтъ, то глазъ получаетъ отъ него однообразное впечатлѣнiе; но если одна половина диска отражаетъ менѣе свѣта, чѣмъ другая, хотя бы на  $\frac{1}{50}$  часть, то тогда при надлежащей скорости вращенія дискъ кажется какъ бы пылающимъ. Явленiе это тѣмъ замѣтнѣе, чѣмъ больше разниа въ освѣщенiи обѣихъ половинъ. Для самаго измѣренія берется рядъ картонныхъ дисковъ отъ чисто бѣлаго до окрашеннаго въ самый глубокий черный цвѣтъ и изъ этихъ дисковъ выбирается такой, чтобы при вращенiи его съ изслѣдуемымъ объектомъ не замѣчалось пыланiя. Цвѣтъ не влiяетъ на эти измѣренiя. (Amer. Journ. of Science, 1893).

В. Г.

**Новый способъ измѣренія лучистой теплоты.**—К. Энгстрёмъ предложилъ недавно весьма простой способъ измѣренія количества лучистой теплоты, сущность котораго заключается въ слѣдующемъ. Одна изъ двухъ тонкихъ и по возможности равныхъ металлическихъ полосокъ А и В,



(фиг. 28), скажемъ А, вычерненныхъ съ той стороны, которая обращена къ источнику теплоты, подвергается дѣйствию тепловыхъ лучей, тогда какъ другая защищена ширмой. Тепловое равновѣсiе нарушается и для его восстановленiя черезъ В пропускается электрический токъ такой силы, чтобы температуры обѣихъ пластинокъ сравнялись. По силѣ тока легко опредѣлить увеличенiе количества энергiи въ пластинкѣ В, а слѣдовательно и въ А. — Чтобы исключить ошибку вслѣдствiе незамѣтнаго неравенства пластинокъ А и В, при слѣдующемъ опредѣленiи подвергаютъ дѣйствию тепловыхъ лучей пластинку В, нагревая А токомъ. — Для сужденiя о равенствѣ температуръ обѣихъ пластинокъ

Фиг. 28.

къ заднимъ ихъ частямъ прикладываются снаи термоэлемента, соединеннаго съ гальванометромъ, и сила тока мѣняется до тѣхъ поръ, пока стрѣлка гальванометра не перестанетъ отклоняться. Можно также, затѣнивъ пластинку В и отмѣтивъ показанiе гальванометра, когда стрѣлка его установится неподвижно (для чего достаточно 15-ти секундъ), затѣнить вслѣдъ за тѣмъ и А и нагрѣть ее такимъ токомъ, чтобы стрѣлка гальванометра отклонилась на то же число дѣленiй. Наконецъ, можно, нагрѣвъ лучами А до постояннаго отклоненiя стрѣлки гальванометра и отмѣтивъ отклоненiе этой послѣдней, пропустить черезъ А же извѣстный токъ и, замѣтивъ новое показанiе стрѣлки, вычислить сообщенное раньше пластинкѣ А количество тепла.

Для примѣра, Энгстрёмъ опредѣлилъ лучеиспусканiе аградовой лампы и, примѣняя указанные три способа, получилъ 0,000552, 0,000541 и 0,000546 граммкалорiй въ секунду на 1 см.<sup>2</sup> поверхности.

Если постоянныя прибора,—а также множитель для перевода показанiй гальванометра на калорiи—извѣстны заранее, то, пользуясь этимъ способомъ, можно въ короткое время произвести много опредѣленiй. (Naturwiss. Rundsch.).

В. Г.



**Гипотезы о происхождении солнечной теплоты.** Dr. Morrison недавно напечаталъ въ Trans. of the astron. and phys. Soc. of. Toronto интересный трудъ относительно солнечной теплоты. Двѣ теоріи предложены для объясненія происхожденія и поддержанія солнечной теплоты. Первая приписываетъ ее паденію метеорныхъ массъ на солнце, вторая—постепенному сжатію солнца. Допуская, что 1 кв. м. въ сек. испускаетъ 25 кал., Morrison вычисляетъ, что линейное уменьшеніе солнечнаго радіуса, необходимое для поддержанія настоящаго лучеиспусканія, есть 0,00000515 м. въ сек., такъ что нужно 7575 лѣтъ, чтобы угловой діаметръ солнца измѣнился на 1". Что касается второй теоріи, то вычисленіе показываетъ, что испускаемая теперь солнцемъ теплота можетъ поддерживаться ежегоднымъ паденіемъ массы метеоровъ равной около 0,01 массы земли со скоростью 615 кил. въ сек. у поверхности солнца (L'Astronomie).

К. Смоличъ (Умань).

## ДОСТАВЛЕННЫЯ ВЪ РЕДАКЦІЮ КНИГИ И БРОШЮРЫ.

**Новѣйшая метода или русско-нѣмецкій учебникъ для обученія въ три мѣсяца нѣмецкому чтенію, письму и разговору безъ помощи учителя.** *Плято ф. Рейсснера.* Высшій курсъ. VI. изданіе. Варшава. 1894. 1-й выпускъ. Ц. 20 к.

**Къ элементарной теоріи уравненій третьей и четвертой степени.** *П. М. Покровскаго,* профессора университета Св. Владиміра. Кіевъ. 1893. Ц. 20 к.

**Объ алгебраическихъ уравненіяхъ въ связи съ эллиптическими функциями Вейерштрасса.** *П. М. Покровскаго,* профессора университета Св. Владиміра. Москва. 1893.

## ЗАДАЧИ.

(Третья серія).

**№ 19.** Сколько было у меня въ корзинѣ яблокъ, если первому изъ трехъ своихъ сыновей я отдалъ половину всѣхъ яблокъ и еще половину одного яблока, второму — половину оставшихся и еще половину одного яблока, третьему—половину оставшихся и еще половину одного яблока, послѣ чего у меня осталось четыре яблока и ни одного яблока при дѣлѣжѣ мнѣ не пришлось разрѣзать? — Рѣшить задачу, если неизвестно число оставшихся яблокъ. Обобщить для  $n$  дѣтей.

(Заимств.) В. Г. (Одесса)

**№ 20.** Рѣшить въ цѣлыхъ и положительныхъ числахъ уравненіе

$$x^{2x^3+3y^3} = (10x+y)^{x^3+3y^3}.$$

Е. Буникій (Одесса).



№ 21. Доказать, что уравнение

$$x^{y-mx} = y^x$$

имѣть не менѣе одного и не болѣе  $m$  цѣлыхъ и положительныхъ рѣшеній, не считая  $x=y=0$  и  $x=y=1$ . Указать предѣлы, между которыми содержатся эти рѣшенія.

*Е. Бунцкий* (Одесса).

№ 22. Показать, что удвоенный отрѣзокъ одной изъ равныхъ сторонъ, равнобедреннаго треугольника, заключенный между основаніемъ и биссекторомъ противолежащаго угла, есть средняя гармоническая между основаніемъ и одной изъ равныхъ сторонъ.

*П. Сковъ* (Сызрань).

№ 23. Не рѣшая неопредѣленнаго уравненія

$$x^2 + y^2 = a^2 + b^2 + 2cd,$$

гдѣ  $a, b, c, d$  суть данныя прямыя, построить пару его рѣшеній.

*И. Ок—чъ* (Варшава).

№ 24. Найти сумму  $n$  членовъ ряда

$$\frac{1}{a} - \frac{a^2}{2} + \frac{3}{a^3} - \frac{a^4}{4} + \frac{5}{a^5} - \frac{a^6}{6} + \dots$$

*И. Оедоровъ* (Тамбовъ).

№ 25. Рѣшить безъ помощи тригонометріи слѣдующую задачу.— Въ треугольникѣ даны  $AB=c$  и  $AC=b$ . Если въ серединахъ  $AB$  и  $AC$  возставить къ нимъ перпендикуляры, которые пересѣкутъ сторону  $BC$  соотвѣтственно въ точкахъ  $M$  и  $N$ , то уголъ  $MAN=90^\circ$ . По этимъ даннымъ 1) построить треугольникъ и 2) вычислить сторону  $BC$  и стороны треугольника  $AMN$ .

*Н. Николаевъ* (Пенза).

### МАЛЕНЬКІЕ ВОПРОСЫ.

№ 6. Рѣшая неравенство

$$\frac{152+t^2-26t}{2t-23} < 11, \dots \dots \dots (1)$$

умножаемъ обѣ его части на  $2t-23$  и приводимъ его къ виду

$$t^2 - 48t < -405 \text{ или } t(48-t) > 405.$$



Такъ какъ  $11(48-11) = 11.37 = 407 > 405$ , то значеніе 11 для  $t$  должно удовлетворять неравенству (1). Между тѣмъ, подставляя  $t=11$  въ неравенство (1), получаемъ

$$\frac{152+121-286}{22-23} = 13 > 11.$$

Въ чемъ ошибка?

Р. Хмѣлевскій (Полтава).

## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 409 (2 сер.). Рѣшить уравненіе

$$\sqrt{mx} + \sqrt{mx} + \sqrt{mx} + \dots + \sqrt{nx} - \sqrt{nx} - \sqrt{nx} - \dots = p.$$

Пусть

$$\sqrt{mx} + \sqrt{mx} + \sqrt{mx} + \dots = y,$$

тогда

$$mx+y = y^2, \text{ откуда } y = \frac{1 \pm \sqrt{1+4mx}}{2}.$$

Точно также

$$\sqrt{nx} - \sqrt{nx} - \sqrt{nx} - \dots = z, \text{ откуда } z = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4nx}}{2}.$$

Поэтому данное уравненіе преобразуется въ такое

$$\frac{1 \pm \sqrt{1+4mx}}{2} + \frac{-1 \pm \sqrt{1+4nx}}{2} = p, \text{ или } \pm \sqrt{1+4mx} \pm \sqrt{1+4nx} = 2p,$$

рѣшеніе котораго уже не представляетъ затрудненій. Рѣшая его, найдемъ

$$x = \frac{p^2(m+n) \pm p \sqrt{4p^2mn + (m-n)^2}}{(m-n)^2}.$$

В. Шишалоу (с. Середа); Я. Тепляковъ (Радомысль); А. Охитовичъ (Сарапуль); К. Исаковъ (Манглись); Н. Дьяковъ (Новочеркасскъ); А. Рѣзновъ (Самара); В. Щиголевъ (Курскъ); П. Ивановъ (Одесса); А. Варенцовъ (Рост. н. Д.).

№ 512 (2 сер.). Найти четырехзначное число, обладающее такимъ свойствомъ, что, приписавъ къ нему слѣдующее за нимъ въ натуральномъ ряду число, получимъ точный квадратъ.

Обозначивъ искомое число черезъ  $x$ , легко составимъ уравненіе

$$10000x + x^2 = y^2 - 1,$$

гдѣ  $y$ —цѣлое число. Изъ этого уравненія получимъ



$$\frac{x}{y+1} = \frac{y-1}{73 \cdot 137}, \dots \dots \dots (1)$$

ибо  $10001 = 73 \cdot 137$ . Такъ какъ  $x$  не равно  $y-1$ , то  $y-1$  и  $73 \cdot 137$  должны имѣть общаго дѣлителя, которымъ можетъ быть или 73 или 137. Если общимъ дѣлителемъ будетъ 73, то ур. (1) приметъ видъ

$$\frac{x}{73n+2} = \frac{n}{137},$$

гдѣ  $n$  есть  $(y-1):73$ . А такъ какъ дробь  $n/137$  несократима, то  $(73n+2):137$  есть цѣлое число, т. е.

$$73n + 2 = 137t.$$

Рѣшая это ур. въ цѣлыхъ и положительныхъ числахъ, найдемъ:

$$\begin{aligned} t &= 73t_1 + 16 \\ n &= 137t_1 + 30. \end{aligned}$$

При  $t_1=0$  получаемъ для  $x$  трехзначное число, при  $t_1=1$ —пятизначное, т. е. предположеніе, что  $y-1$  дѣлится на 73 не даетъ удовлетворяющихъ условію рѣшеній.

Предположивъ, что общимъ дѣлителемъ чиселъ  $y-1$  и  $10001$  будетъ 137, аналогичнымъ путемъ найдемъ

$$n = 73t_1 - 16,$$

что при  $t_1=1$  даетъ  $x=6099$ ,  $y=7810$ ,  $y^2=60996100$ .

*А. Байковъ (Харьковъ).*

*НВ.* Получены были еще два рѣшенія этой задачи. Авторъ одного изъ нихъ (*С. Б.* изъ Тифлиса), составивъ вѣрно уравненіе, невѣрно его рѣшилъ, а авторъ другого (*Я. П.* изъ Знаменки) невѣрно истолковалъ себѣ условіе задачи.

**№ 519** (2 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^4 + 4x^3 - 20x^2 + 48x - 48 = 0.$$

Представивъ данное уравненіе въ видѣ

$$x^4 + 4x^3 + 2x^3 - 2x^3 - 12x^2 - 12x^2 + 4x^2 + 24x + 24x - 48 = 0,$$

разлагаемъ его на множители:

$$x^2(x^2 + 6x - 12) - 2x(x^2 + 6x - 12) + 4(x^2 + 6x - 12) = 0$$

$$(x^2 + 6x - 12)(x^2 - 2x + 4) = 0,$$

откуда

$$x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{21}; x_{3,4} = 1 \pm \sqrt{-3}.$$

*Я. Тепляковъ (Радомысль); А. Варениковъ (Ростовъ н. Д.).*

**№ 520** (2 сер.). Данъ прямоугольникъ  $ABCD$  и гдѣ нибудь въ пространствѣ точка  $M$ . Показать, что



$$\overline{AM}^2 + \overline{CM}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{DM}^2.$$

Соединяя точку  $M$  съ пересѣченіемъ  $O$  діагоналей даннаго прямоугольника, изъ треугольниковъ  $AMC$  и  $BMD$  получимъ:

$$\overline{AM}^2 + \overline{CM}^2 = 2\overline{MO}^2 + 2\overline{AO}^2; \overline{BM}^2 + \overline{DM}^2 = 2\overline{MO}^2 + 2\overline{BO}^2,$$

откуда и получаемъ требуемое соотношеніе, замѣчая, что  $AO=BO$ .

Лукницкій, А. Шантырь (Полоцкъ); А. Треумовъ, В. Баскаковъ, Н. Кузнецовъ, В. Напалковъ (Ив.-Вознес.); Р. Эйхлеръ, С. Окуличъ (Варшава); П. Хльбниковъ (Тула); П. Бѣловъ (с. Знаменка); Р. Хмѣлевскій (Полтава); П. Николаевъ (Казань); А. Варенцовъ (Ростовъ н. Д.); П. Ивановъ (Одесса).

НВ. Большинство рѣшившихъ задачу пользуются непосредственно теоремой Пифагора. Въ нѣкоторыхъ рѣшеніяхъ разсмотрѣнъ лишь частный случай, когда  $M$  лежитъ въ плоскости  $ABCD$ .

№ 522 (2 сер.). Рѣшить систему

$$x+y=a; \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg}^2 y = m.$$

1. Такъ какъ

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg}^2 y &= \frac{4\operatorname{sn}^2 x \cdot \operatorname{cs}^2 y + 4\operatorname{cs}^2 x \cdot \operatorname{sn}^2 y}{4\operatorname{cs}^2 x \cdot \operatorname{cs}^2 y} = \\ &= \frac{[\operatorname{sn}(x+y) + \operatorname{sn}(x-y)]^2 + [\operatorname{sn}(x+y) - \operatorname{sn}(x-y)]^2}{[\operatorname{cs}(x+y) + \operatorname{cs}(x-y)]^2}, \end{aligned}$$

то изъ данныхъ уравненій получаемъ

$$\frac{[\operatorname{sna} + \operatorname{sn}(x-y)]^2 + [\operatorname{sna} - \operatorname{sn}(x-y)]^2}{[\operatorname{csa} + \operatorname{cs}(x-y)]^2} = m,$$

или

$$2\operatorname{sn}^2 a + 2\operatorname{sn}^2(x-y) = m \cdot \operatorname{cs}^2 a + 2m \operatorname{cs}(x-y) \cdot \operatorname{csa} + m \cdot \operatorname{cs}^2(x-y).$$

Замѣняя здѣсь  $\operatorname{sn}^2(x-y)$  черезъ  $1 - \operatorname{cs}^2(x-y)$ , получимъ квадратное относительно  $\operatorname{cs}(x-y)$  уравненіе. По  $x-y$  и  $x+y$  опредѣлимъ  $x$  и  $y$ .

2. Такъ какъ

$$\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y},$$

то

$$\operatorname{tg}^2 a = \frac{m + 2\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}{(1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y)^2}.$$

Отсюда опредѣляемъ

$$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 a} (1 - \operatorname{tg}^2 a \pm \sqrt{(m-2) \cdot \operatorname{tg}^2 a + 1}) = k.$$

Зная  $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = k$  и  $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg}^2 y = m$ , находимъ

$$\operatorname{tg} x = \frac{1}{2} (\pm \sqrt{m+2k} \pm \sqrt{m-2k}); \operatorname{tg} y = \frac{1}{2} (\pm \sqrt{m+2k} \mp \sqrt{m-2k}).$$

Я. Тепляковъ (Радомысль); А. Шантырь (Полоцкъ); К. Геншель (Курскъ); В. Баскаковъ (Ив.-Вознес.); П. Ивановъ (Одесса).



№ 523 (2 сер.). Найти сумму  $n$  членовъ ряда

$$S = 8 + 2.89 + 3.899 + 4.8999 + \dots$$

Такъ какъ

$$\begin{aligned} 8 &= 9 - 1 \\ 2.89 &= 2(9.10 - 1) = 9.2.10 - 2 \\ 3.899 &= 3(9.10^2 - 1) = 9.3.10^2 - 3 \\ &\dots \dots \dots \\ \underbrace{n.899\dots9}_n &= n(9.10^n - 1) = 9.n10^n - n, \end{aligned}$$

то данная сумма можетъ быть представлена въ такомъ видѣ:

$$S = 9(1 + 2.10 + 3.10^2 + \dots + n.10^{n-1}) - \frac{n(n+1)}{2}.$$

Но если

$$A = 1 + 2.10 + 3.10^2 + \dots + n.10^{n-1},$$

$$\text{то } 10A = 10 + 2.10^2 + \dots + (n-1).10^{n-1} + n.10^n,$$

откуда

$$-9A = 1 + 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{n-1} - n10^n \text{ и } A = \frac{1}{9} \left[ n.10^n - \frac{10^n - 1}{9} \right].$$

Слѣдовательно

$$S = \frac{1}{9} [(9n-1)10^n + 1] - \frac{n.(n+1)}{2}.$$

*Р. Хмѣлевскій* (Полтава); *А. Варенцовъ* (Ростовъ н. Д.); *К. Исаковъ* (Тифлисъ)  
*П. Ивановъ* (Одесса).

№ 531 (2 сер.). Показать, что выраженіе

$$\operatorname{sn}^2(\alpha + \beta) + \operatorname{sn}^2(\beta - \alpha) - 2\operatorname{cn}(\alpha + \beta).\operatorname{sn}(\beta - \alpha).cs2\alpha$$

не зависитъ отъ  $\beta$ .

Замѣняя  $cs2\alpha$  черезъ  $1 - 2\operatorname{sn}^2\alpha$ , представимъ данное выраженіе въ видѣ

$$[\operatorname{sn}(\alpha + \beta) - \operatorname{sn}(\beta - \alpha)]^2 - 4\operatorname{sn}(\alpha + \beta)\operatorname{sn}(\beta - \alpha).\operatorname{sn}^2\alpha.$$

Замѣняя здѣсь синусы суммы произведеніями, получимъ послѣ упрощеній

$$4\operatorname{sn}^2\alpha.cs^2\beta + 4\operatorname{sn}^2\beta.cs^2\alpha.\operatorname{sn}^2\alpha - 4\operatorname{sn}^2\alpha.cs^2\beta.\operatorname{sn}^2\alpha = 4\operatorname{sn}^2\alpha.cs^2\alpha = \operatorname{sn}^22\alpha.$$

*Ученики VIII кл. Лодзинской мужск. гимн.; Лукницкій, А. Шантырь* (Полцкъ); *П. Бѣловъ* (с. Знаменка); *С. Бабанская, К. Исаковъ* (Тифлисъ); *Я. Тепляковъ* (Радомысль); *В. Баскаковъ* (Ив.-Вознесенскъ); *А. Варенцовъ* (Ростовъ на Д.); *П. Ивановъ* (Одесса).

---

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Одесса, 24-го Февраля 1894 г.

„Центральная типо-литографія“, уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. Болгарова.



## ОТВѢТЫ РЕДАКЦІИ.

**В. Рюмину (Николаевъ).**—Мы бы помѣстили небольшую біографію Птолемея, но категорическій отвѣтъ можемъ дать лишь по прочтеніи статьи. — По поводу второй упоминаемой вами статьи совѣтуемъ обратиться въ редакцію „Метеорологическаго Вѣстника“ (Спб. Импер. Русск. Геогр. Общество).

**М. Коніеву (Тифлисъ).**—Изъ присланныхъ Вами 4-хъ задачъ 1-ая и 3-ья слишкомъ легки. Во второй задачѣ Вы дѣлаете ошибку: если

$$\frac{P-1}{p-1} = \frac{c(p-1)}{p-1} + \frac{c-1}{p-1},$$

то

$$\frac{P-1}{p-1} > c$$

лишь въ томъ случаѣ, когда  $c > 1$  (если, понятно,  $P > 1$  и  $p > 1$ ). Упустивъ это изъ виду, Вы пришли къ парадоксальному результату. 4-ю задачу, быть можетъ, помѣстимъ.

**К. Смоличу (Умань).**—Будетъ напечатано.

**В. Ахматову (Тула).**—Не найдете ли возможнымъ прислать краткія рѣшенія присланныхъ Вами въ послѣдній разъ задачъ?

**В. Шидловскому (Полоцкъ).**—Извините, но мы настолько стѣснены мѣстомъ, что никакъ не можемъ опредѣлить, въ какомъ именно № будетъ напечатана замѣтка. Во всякомъ случаѣ она будетъ помѣщена въ XVI сем. За сочиненіями Лобачевского совѣтуемъ обратиться въ Казань.

**А. Д. (Цивильскъ).**—Замѣтка Ваша столь сжато изложена, что не все въ ней понятно и напечатать ее въ такомъ видѣ не находимъ возможнымъ.

**П. Бѣлову (с. Знаменка).**—Задача, присланная вами, была въ общемъ видѣ помѣщена подъ № 24 въ I томѣ „Журнала Элемент. Математики“, и тамъ же было напечатано ея рѣшеніе. Вашъ частный случай напечатается, если пришлете краткое рѣшеніе.

---

## НОВАЯ ТРИГОНОМЕТРІЯ.

### РѢШЕНІЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВЪ

#### помощію теоремы Агапова:

произведеніе разности между полупериметромъ и стороною треугольника на тангенсъ половины угла, противулежащаго этой сторонѣ, есть величина постоянная для каждаго треугольника. 45 случаевъ. Ц. 85 к. съ пересылкой.

### РѢШЕНІЕ НѢКОТОРЫХЪ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ

#### помощію теоремы Агапова:

во всякомъ прямоугольномъ треугольникѣ произведеніе катетовъ равно произведенію полупериметра его на разность между суммою катетовъ и гипотенузы. Ц. 35 к. съ пересылкой. Искусственные способы рѣшенія уравненій второй степени со многими известными. Ц. 60 коп. съ перес. Подробное рѣшеніе и объясненіе типическихъ задачъ по арифметикѣ. Цѣна 50 к. съ пересылкой.

составилъ **Д. В. Агаповъ.**



Открыта подписка на 1894 годъ (XV годъ изданія)

НА ЖУРНАЛЪ

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО.

Журналъ Электричество издается VI отдѣломъ Императорскаго Русскаго Техническаго Общества съ цѣлю распространенія свѣдѣній о современномъ состояніи ученія объ электрической энергіи и о ея приложеніяхъ къ потребностямъ жизни, техники и промышленности.

**ПРОГРАММА ИЗДАНІЯ:** 1) Отчеты о дѣятельности VI отдѣла и труды его членовъ. 2) Самостоятельныя и переводныя статьи по теоріи, технике и практикѣ электричества и его примѣненій. 3) Обзоръ новостей по электротехникѣ. 4) Критика и библиографія сочиненій по электротехникѣ. 5) Разныя извѣстія и корреспонденціи.

Журналъ выходитъ два раза въ мѣсяцъ, за исключеніемъ лѣтнихъ мѣсяцевъ, когда выпускаются двойные номера разъ въ мѣсяцъ. Размѣръ номера—два печатныхъ листа, двойного—три листа. Изданіе сопровождается рисунками и чертежами въ текстѣ.

Подписка принимается въ Техническомъ Обществѣ, въ редакціи и во всѣхъ книжныхъ магазинахъ.

**ПОДПИСНАЯ ЦѢНА** на годовой экземпляръ съ доставкой и пересылкой внутри Россіи 8 руб., за полгода—5 руб. За границу 12 руб. Журналъ за 1890—1893 г., продается съ пересылкой за 8 руб. каждый годъ. За прежніе годы съ 1880—1889 гг. за все изданіе 25 руб.; съ пересылкою 30 руб.; отдѣльные годовые экземпляры прежнихъ лѣтъ по 4 рубля за экземпляръ.

Разсрочка допускается лишь по взаимному соглашенію съ редакціею.

Въ редакціи журнала „Электричество“ продаются слѣдующія изданія:

Электротехническая Библиотека: Т. I. Электромагнитъ. Сильвануса Томпсона, перев. Шателена. Цѣна 4 рубля.

Т. II. Магнитный потокъ. Проф. Бормана. Цѣна 1 р. 30 к.

Краткія свѣдѣнія по электротехникѣ въ ея современномъ развитіи. Цѣна 75 коп. 3—1

Адресъ редакціи: Екатерининскій каналъ, 134, кв. 4.

---

Поступили въ продажу новыя изданія редакціи „Вѣстника Опытной Физики и Эл. Математики“.

*М. Попруженко.*

## О БЕЗКОНЕЧНОСТИ.

Цѣна съ пересылкою 30 коп. По каталогу № 91.

## ЛОГИЧЕСКАЯ МАШИНА ДЖЕВОНСА.

*И. Слешинскаго.*

Цѣна съ пересылкою 10 коп. По каталогу № 94.

*К. Чернышевъ.*

## Свойства поверхностей жидкихъ тѣлъ.

Цѣна съ пересылкою 35 коп. По каталогу № 95.